



TITLE:

種々の海底地形における津波の伝播 (複雑流体の数理解析と数値解析)

AUTHOR(S):

合田, 智美

CITATION:

合田, 智美. 種々の海底地形における津波の伝播 (複雑流体の数理解析と数値解析). 数理解析研究所講究録 2011, 1724: 51-59

ISSUE DATE:

2011-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/170475>

RIGHT:

種々の海底地形における津波の伝播

お茶の水女子大学大学院 人間文化創成科学研究科 理学専攻

合田智美 (指導教員：河村哲也)

1 はじめに

津波は地震・火山による災害と並び、規模や被害が大きな自然災害である。近年では、2004 年のインドネシアのスマトラ島沖地震とそれに伴う大津波などが挙げられる。そこで本研究では、海底地形の差による津波の伝播に着目し、その違いを 3 次元計算で解析する。また、津波と地震波には類似性があり、海と柔らかい地盤、海底と固い地盤が対応づけられる (図 1)。このことを利用し、地形のモデルとして阪神大震災 (阪神) とロマブリータ地震 (サンフランシスコ) の地震のデータを用いて検証する。

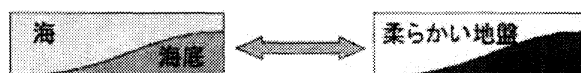


図 1: 津波と地震波のアナロジー

2 モデル化・格子生成

図 2 に計算空間を示す。x 方向を沿岸に向う方向、y 方向を鉛直方向とした三次元空間において境界に沿った不等間隔格子を用いる。各方向の比率は $x : y : z = 100 : 4 : 200$ (km)、格子数は $65 \times 21 \times 51$ とする。本研究では、遠浅の地形として阪神の地形 (阪神型) と起伏のある地形としてサンフランシスコの地形 (サンフランシスコ型) の 2 種類の地形を平面の地形と比較する。

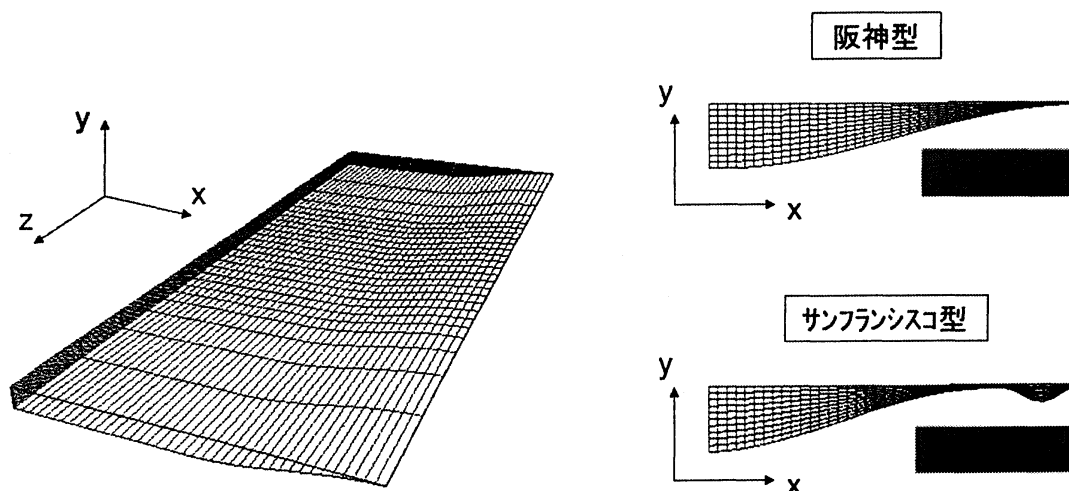


図 2: 計算領域

3 計算方法

基礎方程式は連続の式 (1) と非圧縮性 Navier-Stokes 方程式 (2) で、MAC 法を用いて計算する。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u} + \frac{1}{Fr^2} g \mathbf{j} \quad (2)$$

\mathbf{u} : 速度ベクトル p : 圧力 t : 時間 \mathbf{j} : y 方向の単位ベクトル
 Re : レイノルズ数 Fr : フルード数 g : 無次元重力加速度

各定数パラメータは時間間隔 $dt = 0.0001$, レイノルズ数 $Re = 10000$, 無次元重力加速度 $g = 1.0$, フルード数 $Fr = 1.0$ とした。

4 境界条件

表面は自由表面, 底面は固定, 側面は滑り壁条件 (Free Slip Boundary Condition : FSBC) とする。しかし, 滑り壁条件は反射波が生じるため, 遠洋側の y-z 面の境界条件としてはあまり適切ではない。そこで, 遠洋側の境界条件には流出境界条件を用いる。

本節では, 本研究で用いる計算領域に対して最も適する流出境界条件を検証する。

4.1 流出境界条件

本研究では, 以下の式 (3) で与えられる有限差分法に対する流出境界条件の 1 つである Sommerfeld 放射条件 (Sommerfeld Radiation Condition : SRC) を用いる。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + U_c \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

U_c は流出境界における法線方向の零でない “適当な” 対流速度である。この SRC における U_c の決定法には様々なものがある。ここでは, 以下の図 3 に示す条件——様流速度 (U_c の決定法 [1]), 最大値・最小値の算術平均値 (U_c の決定法 [2]) を用いた場合に対して解析を行い, その結果を比較する。この時, 領域内へ流出入を制御する条件として 6 つの制約を考慮する。B - D は法線方向成分にのみ, E, F は各ベクトル成分に対する条件である。

U _c の決定法		流出入の制約	
1	$U_c = 1.0$	A	制約なし
2	$U_c = (u_{\max} + u_{\min}) / 2$	B	$u_{\text{法線}} < 0$ $u_{\text{法線}} = 0$
		C	$u_{\text{法線}} < 0, u_{\text{法線}} \cdot u_{\text{法線}-1} < 0$ $u_{\text{法線}} = 0$
		D	$u_{\text{法線}} \cdot u_{\text{法線}-1} < 0$ $u_{\text{法線}} = 0$
		E	$u_{\text{法線}} < 0, u_{\text{法線}} \cdot u_{\text{法線}-1} < 0$ $u_{\text{法線}} = 0$
		F	$u_{\text{法線}} \cdot u_{\text{法線}-1} < 0$ $u_{\text{法線}} = 0$

図 3: U_c の決定法と制約

また, この SRC を境界上のベクトルに対して (式 (3)) ではなく, 法線方向速度にのみ適用させた場合 (式 (4)) も検討を行う。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U_c \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

4.2 検証モデル

ここでは、簡単のため z 方向に高さの等しい 2 次元の波を 3 次元計算で解析する。

図 4 に示すように、計算領域の大きさが異なる 2 つのモデルを用いる。境界条件に SRC を適用したものと 2 倍の計算領域における中央部の振る舞いに着目する。津波のエネルギーは振幅により決定されるので、境界を含む波源周辺領域の各格子点における波高の時間変化を比較する。また、地震により海底が隆起して波が発生した状況を想定しているので、波源は振動させない。

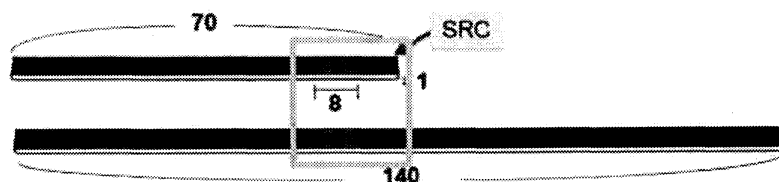
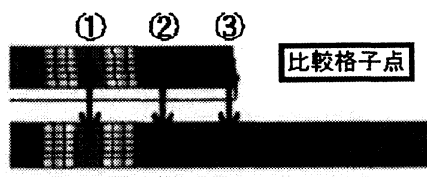


図 4: 検証モデル

4.3 検証結果

流出入の制約条件は振る舞いの誤差に関する部分であるので、まずは式 (3)、式 (4) と U_c の決定法による比較を行った。図 5 に結果のまとめ、図 6 - 図 9 に各条件を適用した時のグラフを示す。このグラフは領域内のある格子点での波高の時間変化のグラフである。比較格子点の図にある 1, 2, 3 の場所と番号が各グラフに対応する。実線が 2 倍の計算領域、破線が SRC であり、実線の振る舞いにより近いものが条件として適切であると言える。



	式(3)	式(4)
$U_c = 1.0$	波の山 \Rightarrow OK 波の谷 \Rightarrow 反射	波の山 \Rightarrow 半分反射 波の谷 \Rightarrow 反射
$U_c = (U_{\max} + U_{\min}) / 2$	×	自由端反射

図 5: 結果

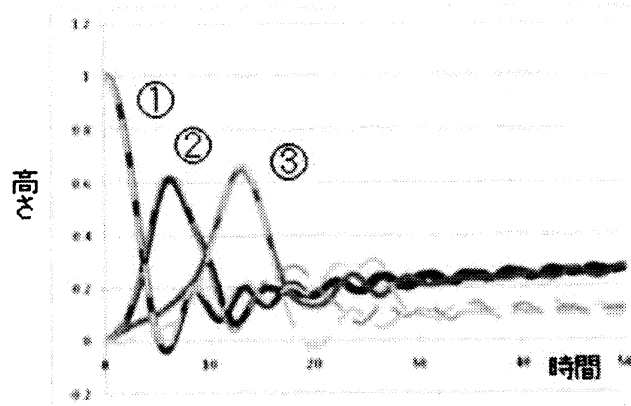


図 6: 式 (3), $U_c=1.0$

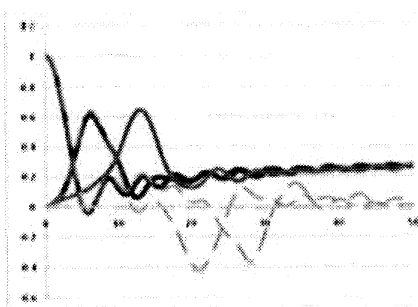


図 7: 式 (3), U_c :平均

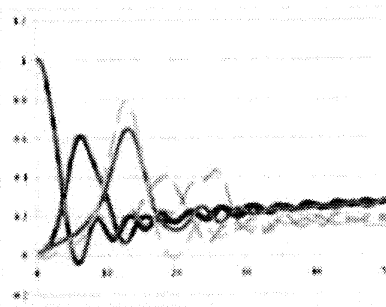


図 8: 式 (4), $U_c=1.0$

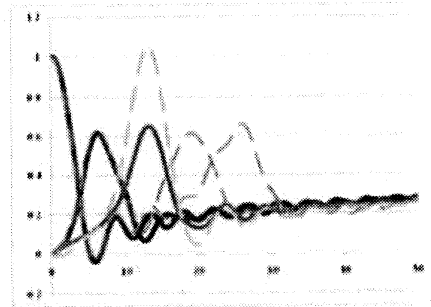


図 9: 式 (4), U_c :平均

例として図6を詳しく見ていく。境界上(3)での振る舞いを比較すると、波の山は上手く流出しているが波の谷は増幅されていることが確認できる。また、この影響により他の格子点でも途中から振る舞いが乱れてしまっている。同様に、図7では全く異なった振る舞いをしてしまう、図8では山の谷に加え、波の山も半分反射してしまう、図9では自由端反射になってしまうという結果が得られた。

よって、本研究では図6の結果が得られた式3, $U_c = 1.0$ の条件を用いることとし、次に流入の制約条件による比較を行う。

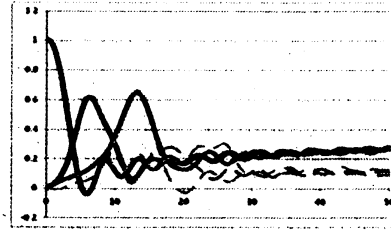


図 10: 制約 A,B,C,D

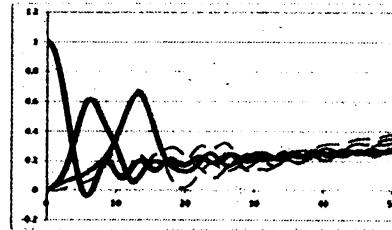


図 11: 制約 E

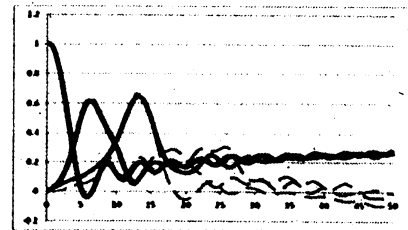


図 12: 制約 F

図10 - 図12に結果を示す。先程と同様、3格子点での波高の時間変化のグラフである。図10より、制約A - Dではどれも似た振る舞いをしており、時間が経過するにつれて、ある高さに落ち着く様子が確認できる。一方、制約Eでは水面が上昇傾向、制約Fでは水面が下降傾向にあることが分かる。

そこで、本研究では最も振る舞いが落ち着いており、中でも誤差の小さかった条件Dを計算で用いることとした。

4.4 境界条件の決定

本研究で用いる境界条件を以下に示す。

【自由表面】

$$\frac{\partial y_{i,JM,k}}{\partial t} = v_{i,JM,k} \quad (5)$$

【FSBC】

$$w = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

【SRC】

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U_c \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

$$U_c = 1.0, \quad u = 0 \quad (if \quad u_1 \cdot u_2 < 0)$$

その他、圧力は自由表面上で $p = 0$, 底面では $p = gH$ (H : 水深) とした。

5 計算結果と考察

5.1 初期条件

平面、阪神型、サンフランシスコ型の各地形に対して、次の3状況における計算を行った。

case1 波源の波が岸に対して平行に生じた

case2 波源の波が岸に対し斜めに生じた

case3 海岸線に変化がある(岬や湾を想定)

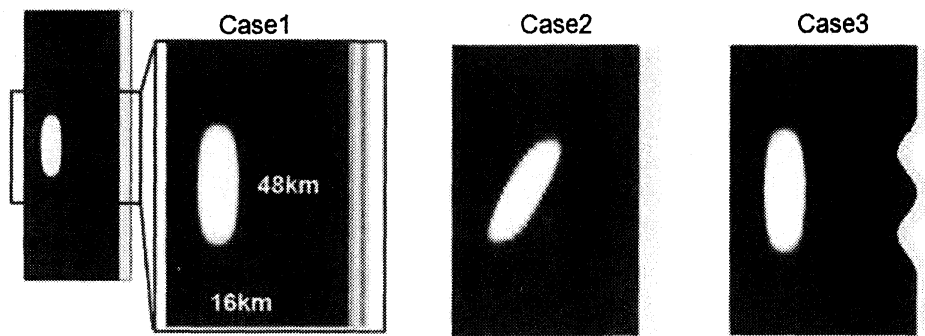


図 13: 初期条件

この時、波源の大きさは 16×48 km で、波高は 1 m と想定した。また、地震により海底が隆起して波が発生した状況を想定しているので、波源は振動させない。

津波のエネルギーは振幅により決定されるので波高に注目し、等高線の時間変化の様子を図とグラフで比較した。

5.2 case1 における 3 種類の地形の比較

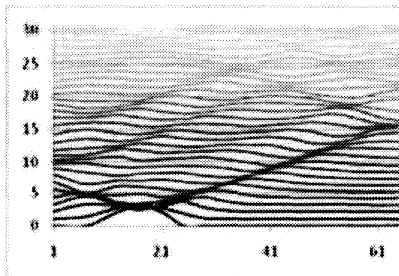


図 14: 平面

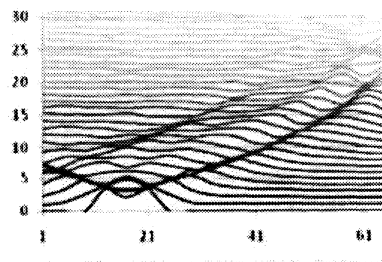


図 15: 阪神型

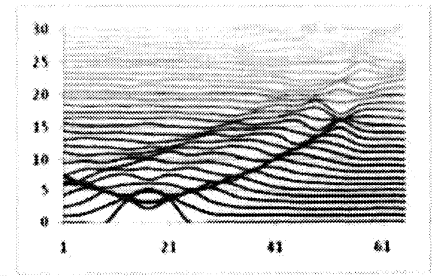


図 16: サンフランシスコ型

図 14 - 図 16 は領域の中央の断面の時間変化のグラフである。横軸は x 座標、縦軸は時間を表す。これらの図より、地形による速度の変化が波の山を辿ることによって分かる。平面の場合、真っすぐ同じ速度で岸まで到達し反射している様子が見て取れる。阪神型の場合、岸に向かうにつれて速度が遅くなるので曲がって到達し、反射している。サンフランシスコ型の場合、一つ目の海底地形の山の部分に近づくにつれて遅くなっていること、その山を越えると波高が減少していることが分かる。また、平面の場合と比較すると、水深が浅くなるにつれて波が増幅されていることが確認できる。

図 17 には阪神型とサンフランシスコ型の境界付近のある特定の格子点 (A - E) での波高の時間変化のグラフを示す。阪神型(上)のグラフを見ると、 $C \rightarrow B \rightarrow A$ と岸に近づくにつれて波が増幅していることが分かる。サンフランシスコ型(下)のグラフを見ると、D で波が増幅し、 $D \rightarrow C$ で急激に減少、 $B \rightarrow A$ で再び増加していることが分かる。また、双方の D での波の山を比較すると、位置がずれていることから到達速度の速さの違いも確認できる。

図 18 - 図 20 より 3 次元的な波の伝播の様子と波の到達速度の違いが分かる。

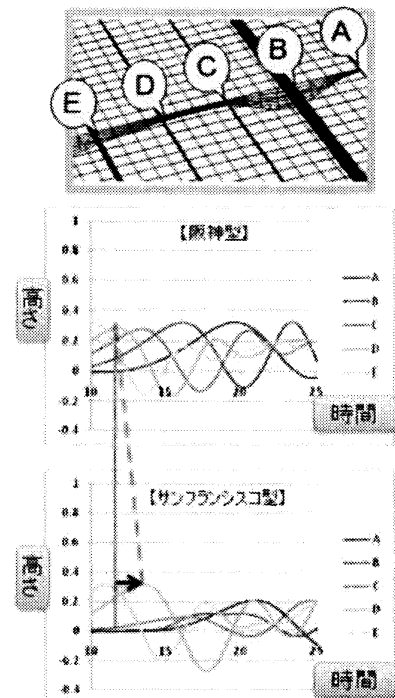


図 17: 比較 1

5.2.1 case2 における 3 種類の地形の比較

図 22, 図 23 において斜めの波は徐々に海岸と平行になった。図 21 では波源の形のまま同心円状に伝播していったことから地形 (水深) の変化が波に影響を与えていることが分かる。このことから、水深が浅くなるにつれて波が海岸線 (地形) の形に変化していくという波の性質を確認できた。

5.2.2 case3 における 3 種類の地形の比較

阪神型, サンフランシスコ型の地形に対しては, 図 25, 図 26 のような岬の先端を巻き込むような波の屈折効果や湾に流れ込む波の様子が確認できた。平面の地形に関しては, 図 24 より岬の形状の部分での屈折による波の増幅がないことが視認できた。このことよりまた地形の変化が波に影響を与えていることが分かる。

6 まとめと今後の課題

本研究では, 種々の海底地形における津波の伝播のシミュレーションを行った。水深が浅くなるにつれて波の速度が遅くなり, 振幅が増幅されていく様子を確認することが出来た。また 3 次元計算を行うことにより, 波の 3 次元的な伝播の様子や反射波の影響, 陸地に迫る波の性質を視認することが出来た。

今後は, 実際の地形を用いることや陸地に這い上がる波の表現方法の考慮, 谷波の反射波を消去するように流出境界条件の改良を行っていきたい。

参考文献

- [1] 吉田尚史, 渡辺崇, 中村育雄: “非定常非圧縮流れの流出境界条件に関する数値的研究,” 日本機械学会論文集, 61-588, B(1995)
- [2] 信田創, 吉田尚史, 井上批路騎: “二次元噴流の DNS における境界条件の研究 (可視化による検討),” 第 21 回数値流体力学シンポジウム, D4-3 (2007)

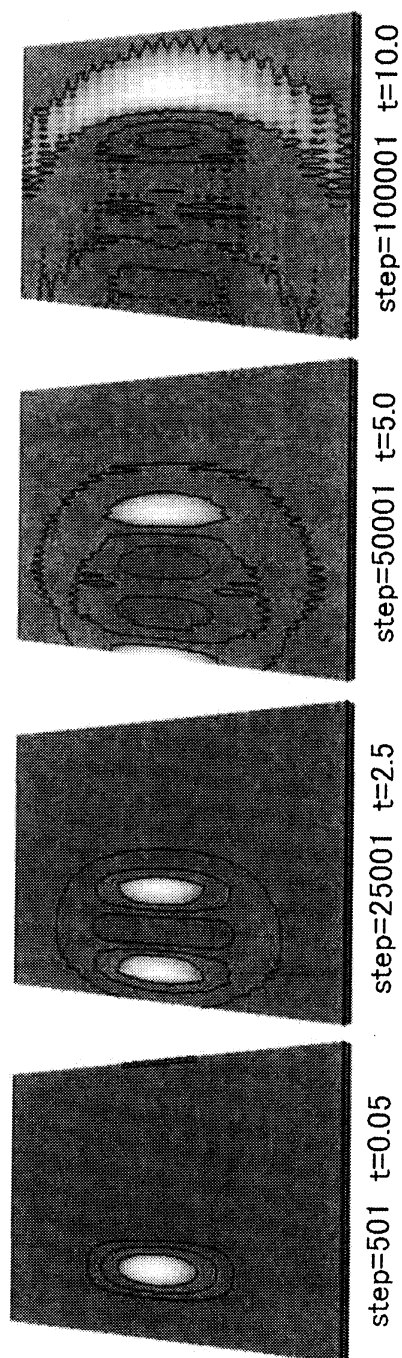


図 18: 平面

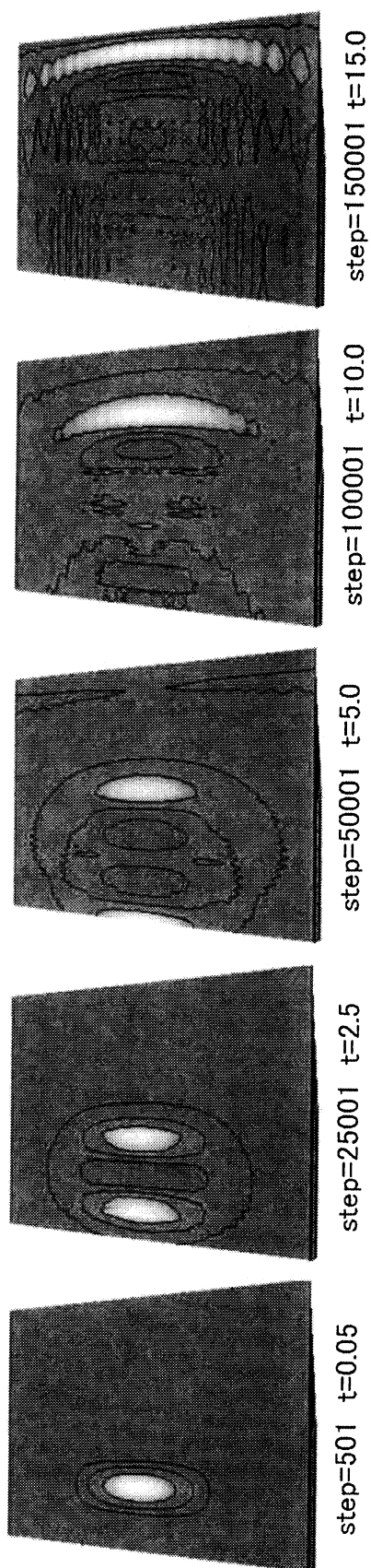


図 19: 阪神型

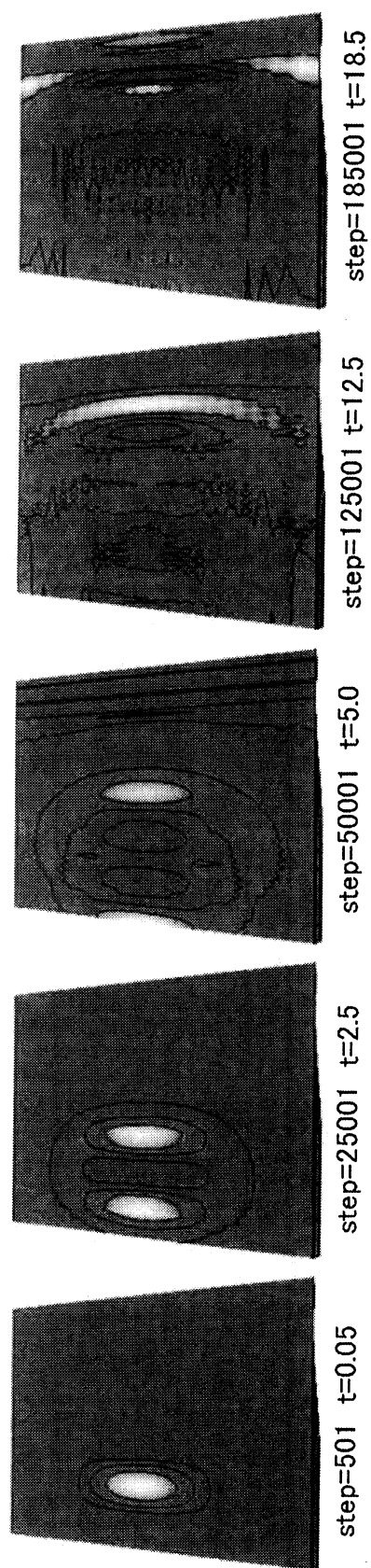
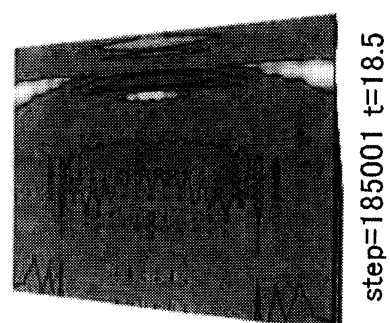
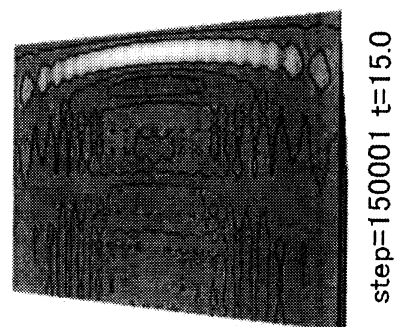


図 20: サンフランシスコ型



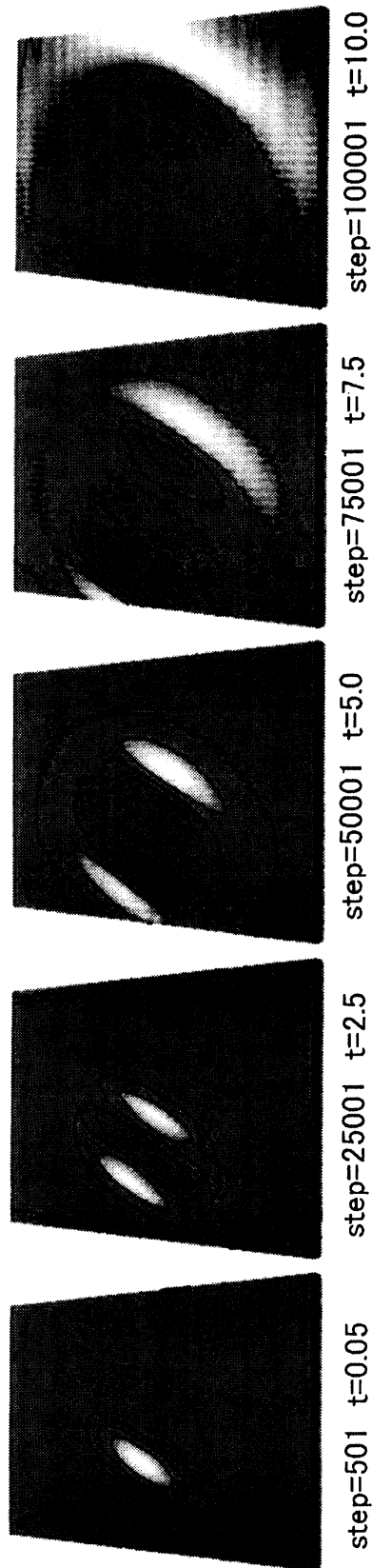


図 21: 平面

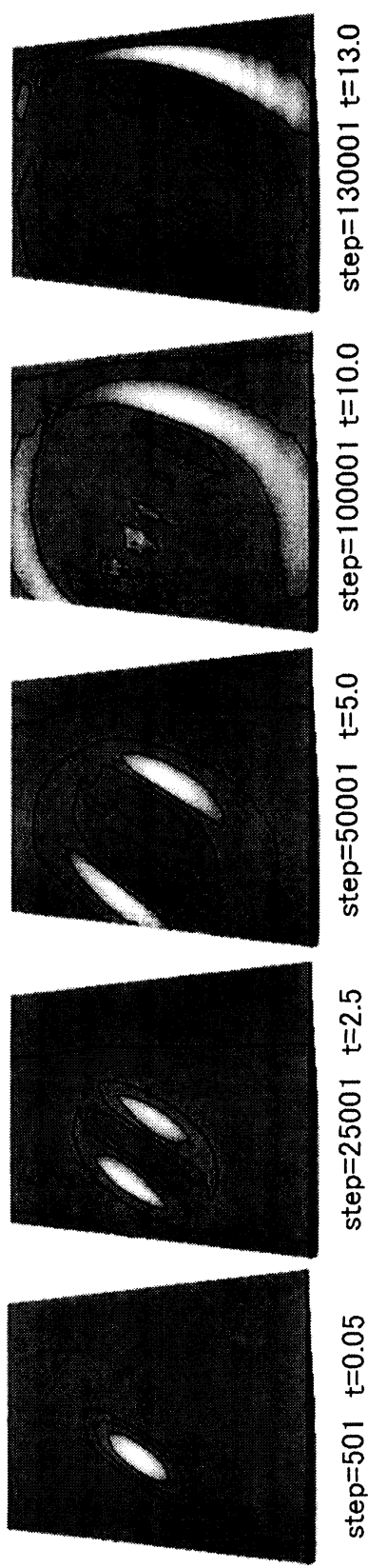


図 22: 阪神型

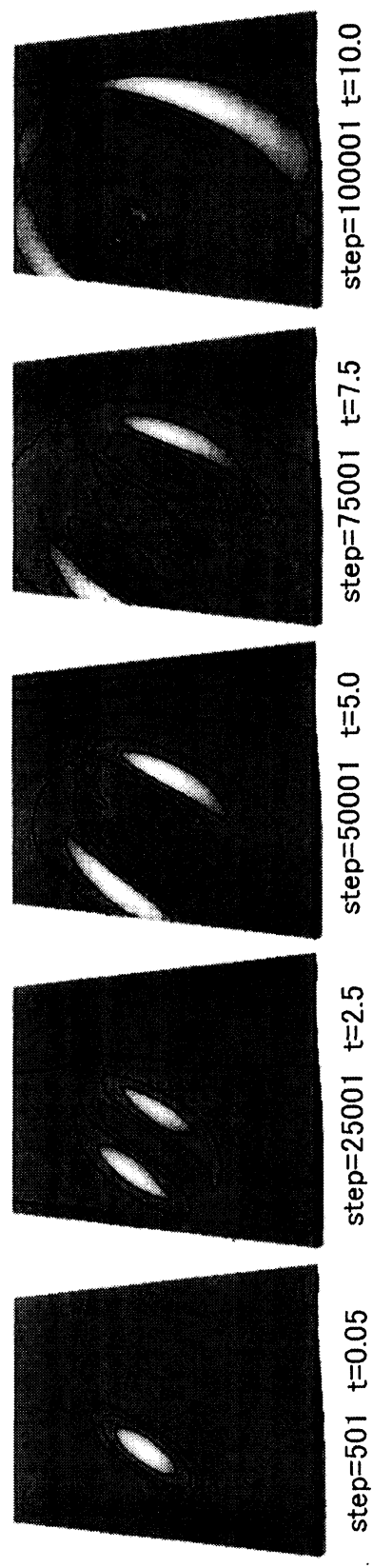


図 23: サンフランシスコ型

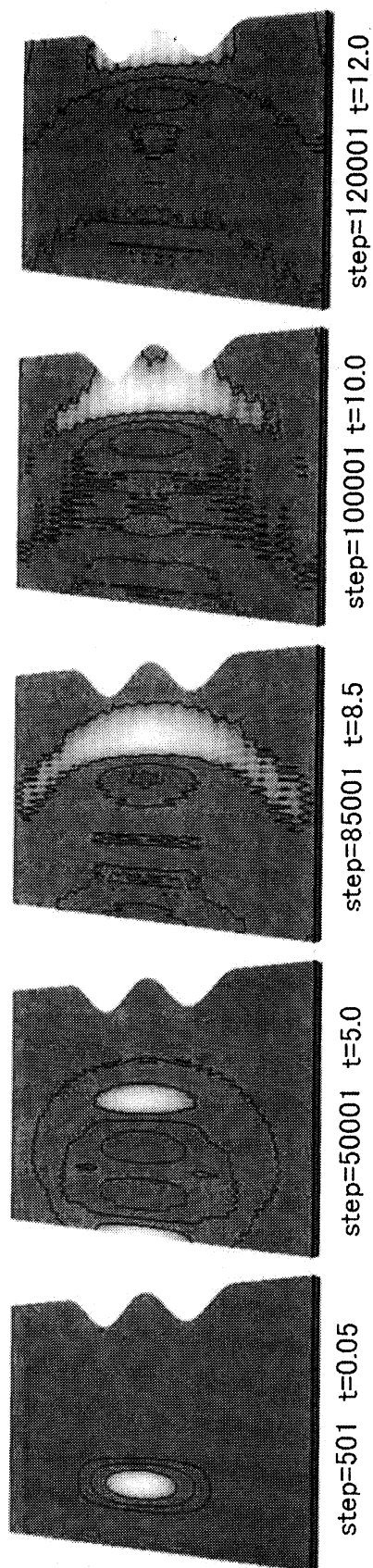


図 24: 平面

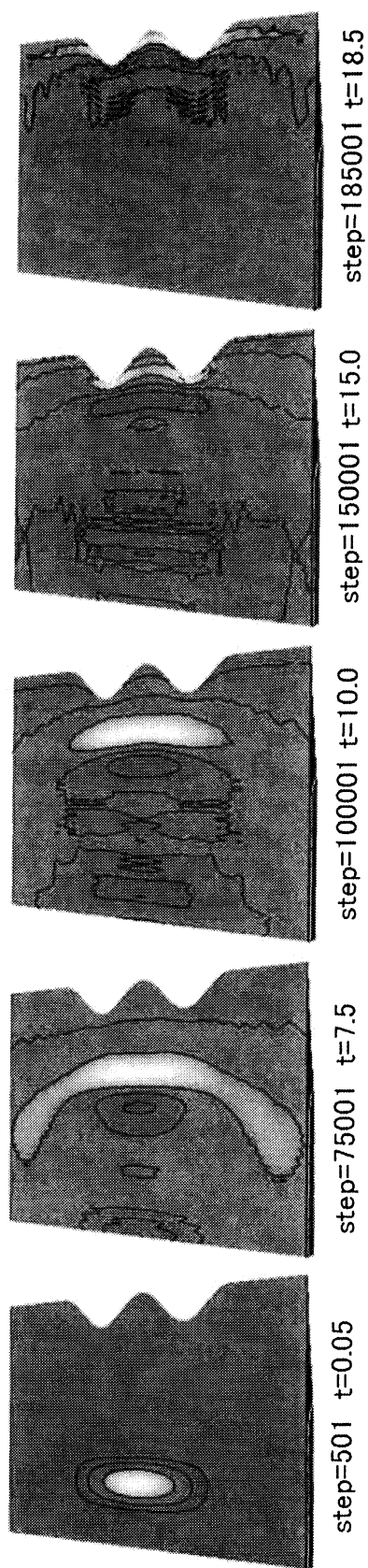


図 25: 阪神型

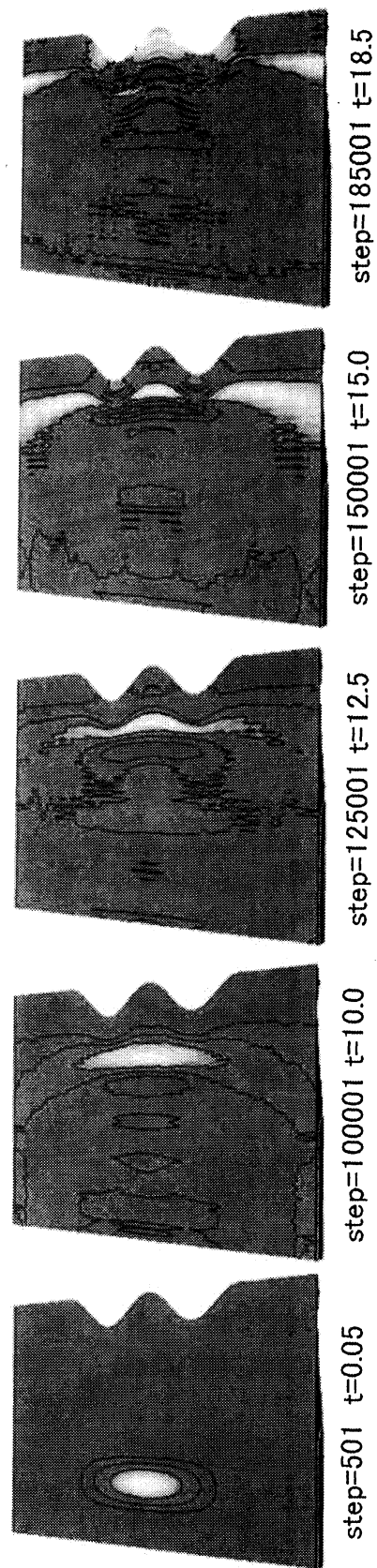


図 26: サンフランシスコ型